Kurs 3 – Verkehrsproblemen auf der Spur

Vorwort

Johanna Ludwig

Endlich Sommerferien! – und schon geht's los in den Urlaub. Doch wer kennt die folgende Situation nicht: Kaum sitzt man im Auto, steht man auch schon im ersten Stau, da es anscheinend auch noch andere sehr eilig hatten, an ihrem Urlaubsziel anzukommen.

Doch anstatt sich am Strand zu sonnen, machten sich in diesem Sommer 12 junge Verkehrsexperten auf den Weg zu einem deutlich näher gelegenen Urlaubsziel, Adelsheim, um sich in einem zweiwöchigen Mathematikkurs mit der mathematischen Modellierung von Verkehrssituationen zu beschäftigen und sowohl die Entstehung von Staus als auch deren mögliche Verhinderung zu ergründen.

Das hört sich für den außenstehenden Beobachter jetzt vielleicht nach viel Arbeit an und scheint wenig mit erholsamen Ferien zu tun zu haben. Doch auch der Spaßfaktor kam nicht zu kurz: In den versüßten Tee-Pausen gab es immer etwas zum Lachen, bis nach 2 1/7 Kannen Tee alle wieder neue Kraft und Motivation geschöpft hatten und es weiterging. Auch die Kursleiter und die Schülermentorin hatten immer ihren Spaß, was sich vor allem dann äußerte, wenn sie sich wieder mal überlegten, wie man die Kursinhalte auch musikalisch vermitteln könnte.

Und so hatte der Mathekurs sein Ziel erreicht: Zwei ereignisreiche Wochen Ferien mit vielen neuen Erfahrungen und vor allem ganz ohne lästige Staus …

Unser Kurs

Till Armbruster Till war stets gut gelaunt, was wohl auch daran liegen könnte, dass er während der Sommerakademie seinen Geburtstag feierte. Trotz seiner fröhlichen Art vergaß er nie den Blick fürs Wesentliche und brachte den ein oder anderen etwas zu lebhaften Kursteilnehmer wieder zur Ruhe. Er brachte sich sehr engagiert in die Kursarbeit ein und bereicherte durch seine Ideen unsere Diskussionen maßgeblich. Beim Sportfest war er einer unserer „Punktegaranten“, auch wenn es am Ende für unseren Kurs nicht ganz so erfolgreich verlief …

Christopher Biel Christopher haben wir als einen sehr aufgeweckten, enthusiastischen und stets wissbegierigen Menschen kennengelernt. Durch seine fröhliche Art hat er uns oft zum Lachen gebracht. Jenes hat sich sehr gut auf unser Kursklima ausgewirkt, das im Übrigen außergewöhnlich toll war. Niemand im Kurs wollte so dringend sein Wissen mit den anderen teilen wie Christopher. Dies bescherte uns sehr rasch voranschreitende Stunden.

Julian Kubon Julian war einer der Ruhigeren in unserem Kurs, doch stets aufmerksam und immer am Denken. Wenn etwas nicht klar war, fragte er ganz selbstverständlich nach und hat ein paar Mal unsere „Zweieinsiebtel-Teekannen“-Pause für Gespräche mit Damián geopfert. Bei gemeinsamen Diskussionen bewahrte er stets einen klaren Kopf und brachte des Öfteren sinnvolle Einwände.

Rebekka Lang Fuentes Rebekka war immer gut gelaunt und sehr nett. Sie lachte gern und viel und steckte uns damit immer an. Auch wenn der Kursinhalt manchmal schwer war, verbreitete sie gute Laune und sorgte dafür, dass das Lachen nicht zu kurz kam. In den Pausen übte sie manchmal ihre Theaterrolle mit uns, sodass wir sie dann am Ende fast auswendig konnten, aber natürlich nicht so gut wie Rebekka.

Arne Morlok Arne war begeistert von der Mathematik. Im Kurs hat er immer motiviert und engagiert mitgearbeitet und hat vor allem in den Gruppenarbeiten starke Leistungen erbracht. Arne ist ein sehr offener und fröhlicher Mensch, was man auch außerhalb des Kurses in den KüAs sehen konnte. Nachmittags bewies er sein schauspielerisches Talent in der Theater-KüA und abends sah man ihn des Öfteren beim Tanzen.

Alexander Rall Alexander war immer mit viel Elan bei der Sache. Er brachte neue Ideen und Ansichtsweisen ein. Auch konnte er sehr gut erklären, was für viele den Alltag während des Kurses erleichterte. Nicht nur im Kurs, auch außerhalb war Alexander sehr aktiv: Besonders ragte er in der Sport-KüA heraus und war auch beim Tischtennis Spielen während der Pausen immer dabei. Manchmal mit so viel Eifer, dass er sogar noch nach dem Ende des Spiels mit seiner Zimmerwand weiter übte.

Carina Rupp Obwohl Carina kurz vor der Akademie noch in Australien war, war ihre Müdigkeit wegen des Zeitwechsels nicht zu bemerken. Der kommunikativen, hilfsbereiten und vor allem sympathischen Carina fielen immer neue kreative Ideen ein, wie zum Beispiel das Tragen vom Namenschildchen am Fußgelenk, das übrigens so wasserdicht war, dass es sogar unter der Dusche nicht nass wurde. Ihre ansteckende gute Laune, die man nicht nur daran bemerkte, dass sie ihre Stereoanlage anschaltete, zeigte sie, indem sie immer offen für alle und alles war.

Lucía Schmid Lucía war immer gut gelaunt und hat sich stets wach und engagiert im Kurs beteiligt. Lucía schaffte es, jedem die Aufgaben und Lösungen so zu erklären, dass auf einmal alles ganz einfach erschien und verzweifelte nie, wenn die Rufe HÄH? und WIE? durch den Raum schallten. Außerdem muss noch dazu gesagt werden, dass ohne Lucía die Abende am Berg- und Abschlussfest nie so toll verlaufen wären.

Sara Schulz Sara war eine sehr ausgeglichene und witzige Kursteilnehmerin, die uns während des Kurses viel Spaß bereitete. Ihre Neugier brachte Sara dazu, immer alles perfekt verstehen zu wollen, und so konnte sie auch anderen weiterhelfen. Sara engagierte sich nicht nur im Kurs, sondern auch mit der Gitarre in der akademieeigenen Band.

Melissa Wannenmacher Melissa war während des Kurses eher ruhiger, aber dennoch immer aufmerksam. Wenn wir einmal vor Problemen standen, fielen ihr oft wichtige Dinge auf, die wir noch nicht bedacht hatten. Und sobald es dann hieß „2 1/7-Teekannenpause“ konnte man Melissa als eine sehr lustige und offene Person kennenlernen, die durch ihre Art schnell auch den Rest des Kurses zum Lachen brachte.

Dorothea Weinmann Hatte jemand ein Problem konnte er getrost zu Dorothea kommen. Mit fast unmenschlicher Geduld erklärte sie mathematische Probleme oder hatte einfach nur ein offenes Ohr. Für keine Arbeit war sie sich zu schade und sie half, wo sie konnte. Man kann ohne zu lügen sagen, dass Doro eine tragende Säule in unserem Kurs war, wobei sie sich auch sonst in der Sport- und Tanz-KüA einbrachte.

Lenard Zillessen Lenard war im Mathematikkurs immer der, der für gute Laune sorgte und eine gelassene Stimmung in den manchmal etwas hektischen und stressigen Kursalltag brachte. Oft lenkte er mit seinem breiten Wissen unseren Mathekurs auf den richtigen Weg, indem er viele Dinge genauer untersuchte und dann bei Unklarheiten Fragen stellte. Auch half er gerne weiter, wenn man nicht mehr genau wusste, worüber man gerade sprach.

Unsere Kursleiter

Damián Gvirtz Damián ist und bleibt einer der besten Kursleiter der Akademie. Mit seinem mathematischem Fachwissen und seinen kleinen Gesangs- und Tanzeinlagen beeindruckte und belustigte er alle Teilnehmer. Er ließ sich immer gern bereitwillig auf ein Gespräch mit uns Teilnehmern ein und teilte sein breites Wissensspektrum gerne mit uns. Auch seine ausgezeichnete Ortskenntnis in der Heidelberger Innenstadt kam uns bei der Exkursion zugute.

Johanna Ludwig Unsere Schülermentorin Johanna hat immer für gute Stimmung während der Kurse gesorgt. Meistens hat sie das Geschehen aufmerksam aus den hinteren Reihen beobachtet, um an den passenden Stellen eine schlaue oder auch lustige Bemerkung zu machen. „Leute kommt, wir müssen was schaffen!“, hat sie immer gesagt, wenn wir mal wieder unsere Teepause überzogen hatten. Trotzdem war sie sehr beliebt bei uns. Und wenn sie mal etwas müde wirkte, dann lag das bestimmt an der Tatsache, dass man sie immer noch spät im Kursraum gesehen hat, wie sie den nächsten Kurs vorbereitete.

Jochen Reder Jochen war ausschlaggebend für das Verständnis der hochkomplexen und sehr anspruchsvollen Gleichungen. Mit der langjährigen Erfahrung als Lehrer konnte er uns nicht nur die manchmal etwas trockenere Theorie durch einfallsreiche Beispiele verständlicher machen, sondern auch Spaß an Mathematik vermitteln. Auch erzählte er uns immer wieder gerne Anekdoten von seinem $5\frac{3}{4}$ Jahre alten Enkel, die die Stimmung auflockerten.

Einleitung

DAMIÁN GVIRTZ, JOCHEN REDER

Verkehrprobleme mit Hilfe der Mathematik verstehen? Wie soll das gehen?

Nachdem sich beim Eröffnungswochenende herausstellte, dass die Teilnehmer des Mathekurses eine sehr motivierte und kreative Gruppe waren, die sich spontan und kommunikativ auf alle angebotenen mathematischen Fragestellungen stürzte, entschieden wir uns für den „harten“ Weg für unsere zwei Kurswochen im Sommer: Zum Einstieg zwei Tage Vorlesung mit Übungen zu den Themen „Naive Mengenlehre“, „Funktionen“ und „Differenzierbarkeit und Ableitung“ – für Mittelstufenschüler keine leichte Kost! Und der Kurs stieg ein! Unser erstes Ziel, nämlich das Änderungsverhalten von Funktionen mathematisch zu erfassen und zu verstehen, wurde weitgehend erreicht und konnte danach auf konkrete Verkehrsituationen angewendet werden.

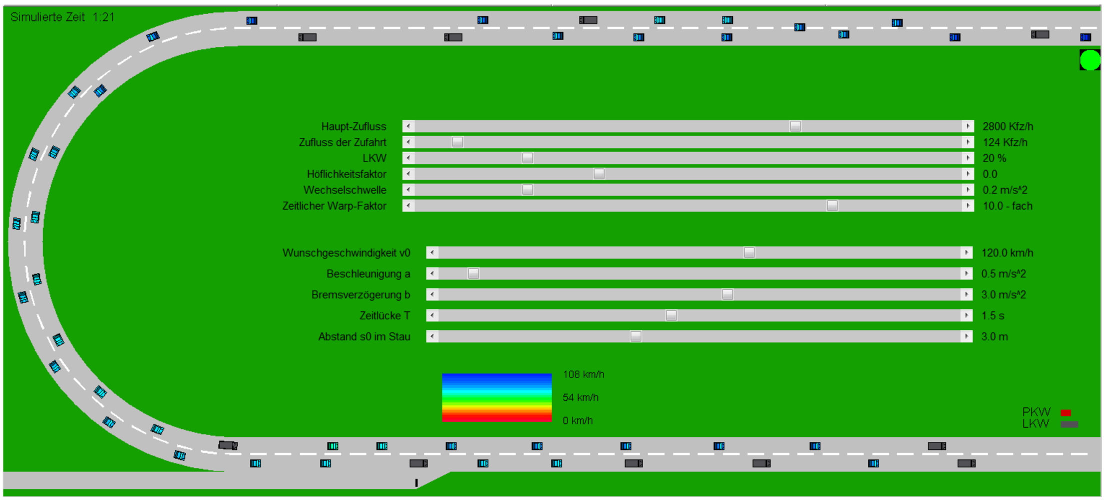
Wie wichtig sind Geschwindigkeitsbegrenzungen in Wohngebieten? Bringen zusätzliche Straßen immer eine Entlastung im Berufsverkehr? Wie hängt die Kapazität einer Straße von der Geschwindigkeit der Fahrzeuge ab? Wie kann man Verkehrssimulationen modellieren und welche Parameter spielen bei der Entstehung von Staus eine Rolle? Die Veränderung der makroskopischen Größen Verkehrsdichte und Kapazität wurden mit Hilfe der hydrodynamischen Flussgleichung untersucht, die Kontinuitätsgleichung wurde hergeleitet. Damit war es nun möglich, Störungen durch Fahrstreifenreduktionen oder Zufahrten zu modellieren.

Mikrosimulation

JULIAN KUBON, REBEKKA LANG FUENTES

In unserem Kurs beschäftigten wir uns mit verschiedensten Verkehrssituationen an unterschiedlichen Orten. Da allerdings nicht alle Situationen vorstellbar oder in der Realität häufig zu beobachten sind, benötigten wir in unserem Kurs eine präzise Simulation dieser Situationen, die wir auf der Internetseite `www.traffic-simulation.de/ger` fanden.

Diese Simulation wurde vom Verkehrsmathematiker Martin Treiber über viele Jahre hinweg unter Betrachtung des realen Verkehrswesens entwickelt. Der Bediener der Simulation kann verschiedene Parameter beliebig verstellen, um



die entstehende Verkehrssituation genauestens zu betrachten und untersuchen.

Die Simulation ermöglicht den Nutzern neben dem Einstellen von verschiedenen Parametern einen Wechsel zwischen unterschiedlichen Stellen der Verkehrsprobleme. In unserem Kurs nutzten wir meistens die Zufahrtssimulation, um dort das Verkehrsgeschehens zu betrachten und zu erklären. Die wichtigsten Parameter dieses Applets sind hier aufgelistet.

Die wichtigsten Parameter

Haupt-Zufluss Gibt an, wie viele Kfz/h die Hauptzufahrt passieren

Zufluss der Zufahrt Gibt an, wie viele Kfz/h die Nebenzufahrt passieren

LKW Gibt den LKW-Anteil in Prozent an

Zeitlücke Gibt den zeitlichen Abstand an, den die Fahrer zu ihrem Vordermann einhalten sollten

Wechselschwelle Gibt an, wie groß der eigene Vorteil beim Spurwechsel sein muss

Höflichkeitsfaktor Gibt an, wie stark dabei der Nachteil der anderen Autofahrer gewichtet wird

Zeitlicher Warp-Faktor Gibt an, wie stark die Zeit gerafft ist

Sonstige Funktionen der Simulation

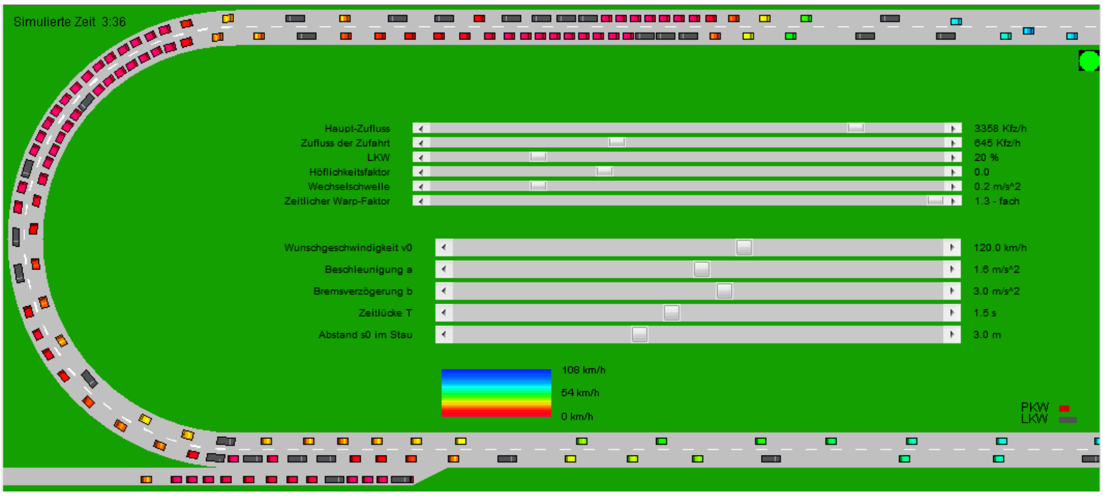
Neben den bereits genannten Funktionen bietet die Simulationen noch viele andere Möglichkeiten, das simulierte Verkehrsgeschehen zu betrachten:

Autos und LKW werden in der Simulation verschieden dargestellt. Um schnell fahrende Kfz von langsameren zu differenzieren, sind die PKW je nach Geschwindigkeit in verschiedenen Farben dargestellt. Dabei steht rot für niedrige Geschwindigkeiten, blau für hohe. (LKW werden immer grau abgebildet.)

Eine weitere Funktion der Simulation ist ebenso interessant und informativ: In einem ausgewählten Applet (Ringstraße) kann die Simulation dem Nutzer verschiedene Daten liefern, die im Verkehrsgeschehen der Simulation gemessen und ausgewertet werden und schließlich für den Nutzer in Diagrammen veranschaulicht sind. Ein Beispiel dafür ist das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm, welches die Simulation mithilfe der Betrachtung eines speziellen Autos (des „blauen Autos“) gewinnt.

Anwendung der Simulation

In der ersten Abbildung der Simulation sieht man die Straße mit geringem Verkehrsaufkommen. Wenn man die Simulation mit den so eingestellten Faktoren weiterlaufen lässt, entsteht kein Stau. Da sich die Parameter in der Realität in der Regel ständig ändern, können wir nun einige verstellen, sodass sich langsam ein Stau bildet. Wir stellen bei diesem Beispiel die Zuflüsse, die Wunschgeschwindigkeit etwas höher und die Wechselschwelle, die Beschleunigung und die Zeitlücke T etwas niedriger ein.

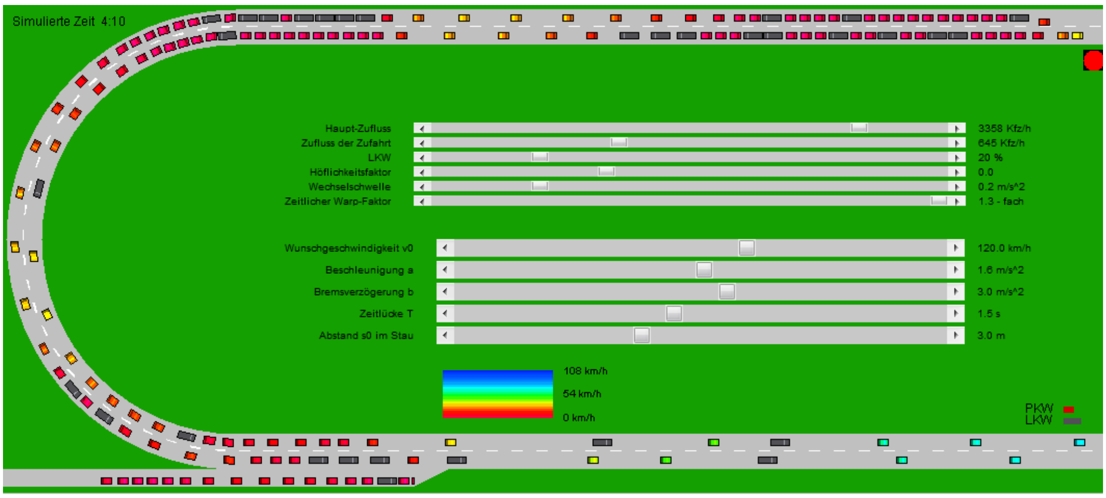


Nach 3:36 simulierten Minuten erkennt man, wie in der zweiten Abbildung zu sehen, einen Stau, der von der Zufahrt bis in die Kurve reicht. An diesem Beispiel sieht man, dass die Ursachen des Staus das erhöhte Verkehrsaufkommen, das Einfädeln der Fahrzeuge aus der Zufahrt, die erhöhte Geschwindigkeit und die niedrige Beschleunigung sind.

Bei diesem Programm kann man auch die Stauwellen sehr gut erkennen (siehe dritte Abbildung). Sie wandern nach hinten, d. h. dass sich der Staukopf immer weiter nach hinten verschiebt, Autos am Stauende hinzukommen und die Autos, die als erstes am Staukopf waren und den Stau mitverursacht haben, schon von der Staustelle weggefahren sind. Je länger die Fahrzeuge, desto schneller wandert die Stauwelle nach hinten. Weil man als Fahrer einen Sicherheitsabstand von etwa 1,8 s einhalten sollte, und wenn man nun von einer Durchschnittslänge von 4,5 m und einem Abstand von 3 m ausgeht, so ergibt sich für den Staukopf eine Geschwindigkeit von 15 km/h entgegen der Fahrtrichtung. Fahren die Autos am Staukopf nicht schnell genug weg (Beschleunigung a niedrig), so wird der Stau länger.

Mit dieser Simulation haben wir uns verschiedene Beispiele überlegt, um somit den „Stau aus dem Nichts“ zu überprüfen. Man kann ihn eigentlich nicht „Stau aus dem Nichts“ nennen, da ja viele verschiedene Parameter zum Stau beitragen können und sich der Stau nicht ohne Ursache bildet. Wenn man nämlich mehr LKW hinzuführt, bildet sich der Stau schneller. Ist der Parameter „LKW“ aber auf 100%, bildet sich kein starker Stau, weil die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den fahrenden LKW klein ist.

Die Simulation stellt Verkehrsvorgänge schlüssig dar, jedoch ist es schlichtweg unmöglich,



das Fahrverhalten jedes einzelnen Autofahrers zu modellieren. Ein weiterer Kritikpunkt an der Simulation ist, dass sie die Reaktionszeit nicht einbezieht.

Anhand der Simulation konnten wir erkennen, dass auch der einzelne Autofahrer durch sein Fahrverhalten den Verkehr beeinflussen kann. Hierbei spielen das Spurwechseln und das Einfädeln eine große Rolle. Ob aber viele oder weniger Fahrzeuge an einem Tag auf der Straße fahren, kann man als einzelner Autofahrer nicht alleine ändern.

Herleitung von Ableitungen

Till Armbruster, Lenard Zillessen

Um Änderungsverhalten im Verkehr wie Bremsverzögerung und Beschleunigung besser verstehen zu können, erarbeiteten wir uns grundlegendes Wissen zur Differentialrechnung. Dazu mussten wir mit der grundlegenden Mathematik beginnen. Hierfür starteten wir mit der Naiven Mengenlehre.

Naive Mengenlehre

Eine Menge ist eine wohldefinierte, ungeordnete Ansammlung von Objekten. „Wohldefiniert“ bedeutet, dass die Objekte unwidersprüchlich in der Menge enthalten und dabei „ungeordnet“, also ohne feste Struktur, sind.

Wenn x in einer Menge M enthalten ist, dann schreibt man $x \in M$ (sprich „x Element M“). Ist das Objekt x nicht in der Menge M enthalten, schreibt man $x \notin M$.

$O = \{x \in M | \dots\}$ bedeutet, dass jedes Element x in der Menge O ist, welches in der Menge M enthalten ist und die hinter dem Strich stehenden Anforderungen erfüllt. $\mathbb{N}$ beschreibt die unendliche Menge der natürlichen Zahlen, genauso beschreiben $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}$ die unendlichen Mengen der ganzen, der rationalen und der reellen Zahlen.

Beispiele

- $\{r, g, b\}$ ist eine dreielementige Menge, die r, g und b enthält. $\{r, g, b\} = \{r, g, b, r\}$. Dies zeigt, dass r, egal wie oft es in der Menge M vorhanden ist, nur ein Element in der Menge darstellt.
- $\{x \in \mathbb{N} | x < 3\}$ enthält alle natürlichen Zahlen, die kleiner als 3 sind, also $\{1, 2\}$.

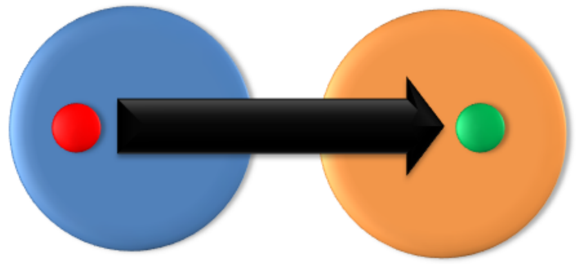
Funktionsbegriff

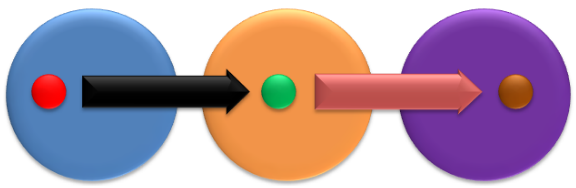
Eine Funktion ist eine Abbildung einer Zahlenmenge A (Definitionsmenge) in eine Zahlenmenge B (Bildmenge). Die Funktion ordnet jedem Element $a \in A$ ein eindeutiges Element $b \in B$ zu. Man schreibt

$$f : A \to B, a \mapsto b$$

Für den Funktionswert b, auf den das Element a abgebildet wird, schreibt man $f(a)$.

Man kann Funktionen auch verketten. Das bedeutet, man nimmt die Bildmenge B und setzt sie als neue Definitionsmenge ein. Dann muss man jedoch eine andere Funktion (beispielsweise $g : B \to C$) verwenden. Mit $b = f(a)$ und $c = g(b)$ kann man sagen, dass $c = g(f(a))$.





Grenzwertbegriff

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = c$$

bedeutet, dass sich der Funktionswert $f(x)$ beliebig nahe an den festen Grenzwert c annähert, sofern man x gegen den festen Wert x_0 laufen lässt. „lim“ steht für lateinisch Limes (Grenze). Durch den Grenzwert kann man nicht wohldefinierte Funktionswerte genau berechnen, falls dieser existiert.

Beispiel

$\frac{x}{x}$ ist für $x = 0$ nicht wohldefiniert und für alle anderen Werte gleich 1. Benutzt man nun jedoch den Grenzwert, so erhält man für $x = 0$ einen wohldefinierten Wert als Fortsetzung:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x}{x} = \lim_{x \to 0} 1 = 1$$

Stetigkeit

Eine Funktion $f : A \to B$ heißt (lokal) stetig in $a \in A$, wenn:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

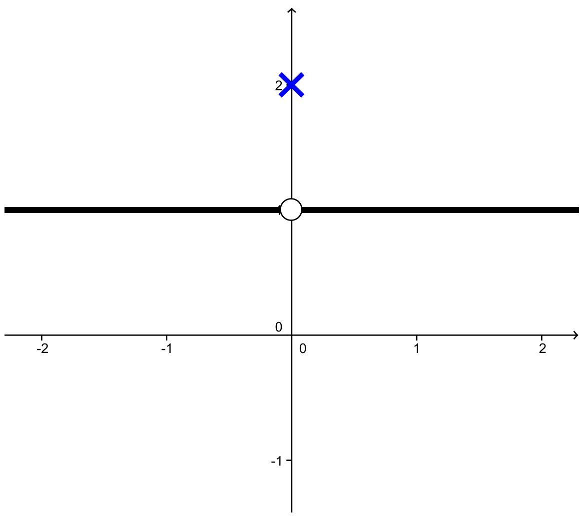
Die Funktion heißt (global) stetig, wenn sie in allen $a \in A$ stetig ist. Das bedeutet, dass jeder Punkt auf dem Graphen von jeweils beiden Seiten annäherbar sein muss. Damit wird beschrieben, dass die Funktion an keiner Stelle endet oder einen Sprung macht.

Beispiele

- $f(x) = x$ ist stetig, da es eine proportionale Funktion ist, an der man sich an jeden Punkt problemlos beidseitig annähern kann, weil sie bekanntermaßen an keiner Stelle aufhört oder springt.
- $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{wenn } x = 0 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$
  ist in $x = 0$ unstetig, da der Funktionswert von x (y-Wert) immer 1 ist, außer an der Stelle $x = 0$. In Limes-Schreibweise:

  $$\lim_{x \to 0} f(x) = 1$$

  Bei 0 ist der Funktionswert aber 2 ($\neq 1$), also springt der Graph an dieser Stelle, ohne einen sauberen Übergang zu machen. Deshalb sagt man, die Funktion ist in 0 unstetig.



Differenzierbarkeit

Eine Funktion $f : A \to B$ heißt differenzierbar in $a \in A$, wenn:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

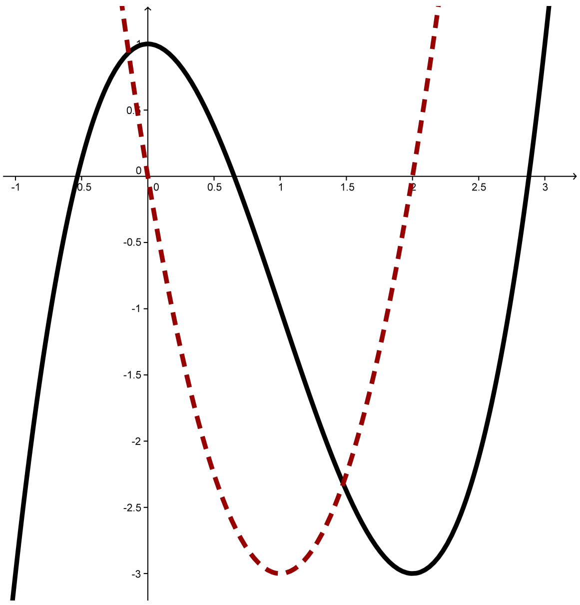
existiert. Dieser Grenzwert heißt Ableitung von f bei a. Sie wird bezeichnet als $f'(a)$ oder $\frac{df}{dx}(a)$.

Veranschaulichung von Ableitungen

Die Ableitung einer Funktion beschreibt die Steigung der Funktion an der Stelle $a \in A$.

Der Differenzenquotient $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ beschreibt die mittlere Änderungsrate/Steigung der Funktion f zwischen a und x. Lässt man x gegen a laufen, so bekommt man die momentane Änderungsrate bei a, auch Ableitung an der Stelle a genannt. Dafür braucht man den Grenzwert, da der Differenzenquotient für $x = a$ nicht wohldefiniert ist. Bildlich gesprochen wird eine Tangente an die Funktion an der Stelle a angelegt und deren Steigung errechnet, indem man diese durch Sekantensteigungen annähert.

Wenn man das für alle $a \in A$ macht, würde man eine zweite Funktion $f'(x)$ erhalten, welche für jeden beliebigen x-Wert die Steigung der Funktion als Ableitungsfunktion darstellt. Grafisch sieht eine Ableitung wie in der folgenden Abbildung aus.



Wenn eine Funktion differenzierbar ist, kann man die gesamte Ableitungsfunktion meistens auch mit bestimmten Regeln, die wir hier aufgrund ihrer Komplexität nicht beweisen wollen, genau berechnen.

Hier jedoch eine kurze Übersicht über die Regeln:

Summenregel: Sind f und g in a differenzierbar, so gilt

$$(f+g)'(a) = f'(a) + g'(a)$$

Produktregel: Sind f und g in a differenzierbar, so gilt

$$(f \cdot g)'(a) = f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)$$

Faktorregel: Sei f in a differenzierbar. Wenn $g(x) = c \cdot f(x)$, dann gilt

$$g'(a) = c \cdot f'(a)$$

Potenzregel: Wenn $f(x) = x^n$, dann gilt

$$f'(x) = nx^{n-1}$$

Kettenregel: wenn $f : A \to B$, $g : B \to C$ zwei Funktionen sind, gilt:

$$(g \circ f)'(a) = f'(a)g'(f(a))$$

Quotientenregel: Sind f und g in a differenzierbar und $g(a) \neq 0$, so

$$(f/g)'(a) = \frac{g(a)f'(a) - f(a)g'(a)}{g(a)^2}$$

Als Beispiel der Beweis der Summenregel:

$$\begin{aligned}(f+g)'(a) &= \lim_{x\to a} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(a)}{x-a} \\ &= \lim_{x\to a} \frac{(f(x)+g(x)) - (f(a)+g(a))}{x-a} \\ &= \lim_{x\to a} \left(\frac{f(x)-f(a)}{x-a} + \frac{g(x)-g(a)}{x-a}\right) \\ &= f'(a) + g'(a)\end{aligned}$$

Tempolimits

Sara Schulz

Wir beschäftigten uns mit folgendem, realen Problem: Ein Auto fährt mit überhöhter Geschwindigkeit von 50 km/h in einer 30 km/h-Zone; dann läuft 15 m vor dem Auto ein Kind

auf die Straße. Nun war die Frage, ob das Auto noch rechtzeitig vor dem Kind zum Stillstand kommt.

Bevor der Autofahrer überhaupt reagiert, vergeht die sogenannte Schrecksekunde. In dieser Zeit fährt das Auto mit gleichbleibender Geschwindigkeit weiter. Somit haben wir dann die Strecke, die das Auto in der Schrecksekunde zurücklegt: $50\,\mathrm{km/h} = 13{,}9\,\mathrm{m/s}$, d. h. das Auto legt in der Schrecksekunde knapp 13,9 Meter zurück und fängt erst 1,1 Meter vor dem Kind an, überhaupt zu bremsen. Erst danach beginnt der Bremsvorgang mit der Bremsverzögerung $8\,\mathrm{m/s^2}$, das heißt dass das Auto in einer Sekunde die Geschwindigkeit $8\,\mathrm{m/s}$ verliert. Dann suchen wir die Zeit, die das Auto bis zum Stillstand benötigt. Dafür nutzen wir folgende Formel:

$$v = v_0 - at$$

wobei v_0 die Ausgangsgeschwindigkeit (bei uns $50\,\mathrm{km/h}$) und v die gewünschte Geschwindigkeit $0\,\mathrm{km/h}$ beschreibt. Dann setzen wir die bekannten Werte in die Formel ein:

$$0\,\mathrm{km/h} = 50\,\mathrm{km/h} - 8\,\mathrm{m/s^2} \cdot t$$

Diese Formel lösen wir dann nach t auf und erhalten: $t = \frac{13{,}9\,\mathrm{m/s}}{8\,\mathrm{m/s^2}}$. Damit bekommen wir die Zeit t für den Abbremsvorgang heraus, welche 1,7361 s beträgt. Daher dauert es ab erkennen der Gefahr bis zum Stillstand des Autos 2,7361 s, da man die Schrecksekunde noch hinzuzählen muss.

Wir wissen (1): $v_0 - at = v(t) = s'(t)$, daraus schließen wir (2): $s(t) = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 + s_0$ wobei s_0 die Strecke, die in der Schrecksekunde zurückgelegt wird, beschreibt. In diese Formel müssen wir dann nur noch die Werte einsetzen:

$$\begin{aligned}
s(t) &= v_0 t - \frac{1}{2}at^2 + s_0\\
s(t) &= 13{,}9\,\mathrm{m/s} \cdot 1{,}7361\,\mathrm{s}\\
&\qquad - \frac{1}{2} 8\,\mathrm{m/s^2} \cdot (1{,}7361\,\mathrm{s})^2\\
&\qquad + 13{,}9\,\mathrm{m}\\
s(t) &= 38{,}03\,\mathrm{m} - 29{,}95\,\mathrm{m} + 13{,}9\,\mathrm{m}\\
s(t) &= 25{,}97\,\mathrm{m}
\end{aligned}$$

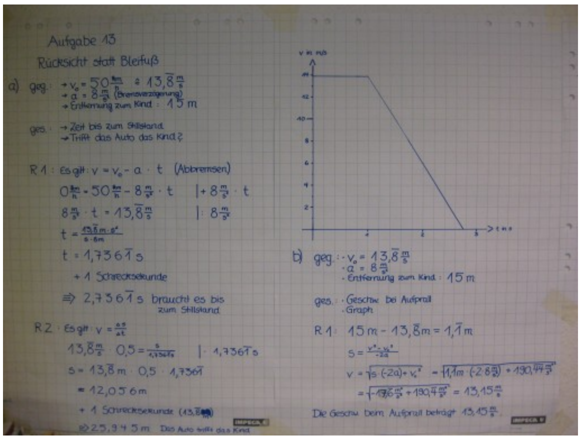
Ab dem Erkennen der Gefahr bis zum Stillstand des Autos werden noch 25,97 m zurückgelegt, das Kind wird getroffen.

Interessant ist, mit welcher Geschwindigkeit das Kind ($s = 15\,\mathrm{m}$) getroffen wird. Aus (1) und (2) folgt:

$$s - s_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{-2a}$$

$$v = \sqrt{(s - s_0)(-2a) + v_0^2} = 13{,}15\,\mathrm{m/s}$$

Das Auto hat noch fast die Startgeschwindigkeit, 50 km/h, als es das Kind trifft.



Nach diesem Ergebnis stellte sich für uns die Frage, ob der Zusammenstoß verhindert werden hätte können, wenn das Auto ordnungsgemäß 30 km/h gefahren wäre: $30\,\mathrm{km/h} = 8{,}3\,\mathrm{m/s}$

Bis auf den einen Parameter, die Geschwindigkeit ändert sich kein Wert. Analog zu oben folgt mit dem neuen Geschwindigkeitswert: der Bremsweg beträgt 4,34 Meter, der Reaktionsweg 8,3 Meter, die Strecke bis zum Stillstand des Autos beträgt 12,64 Meter, das Auto kommt rechtzeitig zum Stehen, das Kind wird nicht angefahren.

Diese Aufgabe zeigt deutlich, dass ein Tempolimit sinnvoll ist.

Modellierung der Straßenkapazität

Arne Morlok, Alexander Rall

Herleitung

Wir haben uns überlegt, wie wir die Kapazität K einer Straße in Abhängigkeit zur Geschwindigkeit v darstellen können. Dazu haben wir uns zuerst ein paar Größen definiert. Wir haben festgelegt, dass

$$K = \frac{n}{t}$$

d. h. die Kapazität einer Straße ist gleich der Anzahl der Autos pro Zeit. Außerdem definieren wir die Verkehrsdichte als

$$\rho = \frac{1}{r}$$

wobei r den Raum beschreibt, den ein Auto einnimmt. Die Anzahl der Autos lässt sich auch ausdrücken als

$$\frac{\text{Gesamtstrecke}}{\text{Raum eines Autos}}$$

Dies entspricht der Schreibweise s/r, was wir zu ρs umformen können, da wir ja wissen, dass $1/r = \rho$ ist. Wenn wir nun in die ursprüngliche Gleichung statt n nun ρs einsetzen erhalten wir:

$$K(v) = \frac{\rho s}{t}$$

Dies kann man auch als ρv schreiben (bei konstanter Geschwindigkeit gilt $v = s/t$). ρv entspricht $1/r \cdot v$, was sich auch als v/r schreiben lässt. So haben wir für die Kapazität K in Abhängigkeit der Geschwindigkeit

$$K(v) = \frac{v}{r}$$

Um den Raum zu berechnen, den ein Auto einnimmt, also den Sicherheitsabstand (wenn ein Auto schlagartig bremst, muss gewährleistet sein, dass der darauffolgende Fahrer genug Zeit hat um zu reagieren, zu bremsen und dann vor dem Auto zum Stillstand zu kommen) und die Fahrzeuglänge, muss natürlich der Bremsvorgang einbezogen werden. Dazu schauten wir uns die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Bremszeit t_B bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung an:

$$v = at_B$$

(wobei a in diesem Fall die Bremsverzögerung beschreibt). Diese Funktion entspricht der Ableitung des Bremsweges. Durch die Ableitungsregeln können wir deshalb rückschließen, dass die Funktion des Bremsweges

$$s = \frac{1}{2}at_B^2$$

sein muss.

Diese Funktion beschreibt allerdings nur den Bremsvorgang, nicht aber die Strecke die der

Fahrer zurücklegt, solange er registriert, dass er jetzt bremsen muss. Diese „Schreckmeter“ werden beschrieben als die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt des „Registrierens“ mal die Zeit t_S, die der Fahrer bis zum Abbremsen benötigt. So ergibt sich:

$$s = \frac{1}{2}at_B^2 + vt_S$$

Natürlich muss man auch noch die Fahrzeuglänge mit einbeziehen, weswegen wir die Konstante l hinzufügen.

$$r = \frac{1}{2}at_B^2 + vt_S + l$$

Wenn wir diesen Term jetzt für r einsetzen, erhalten wir:

$$K(v) = \frac{v}{r} = \frac{v}{\frac{1}{2}at_B^2 + vt_S + l}$$

Durch erweitern mit $2a$ folgt:

$$K(v) = \frac{2av}{a^2t_B^2 + 2avt_S + 2al}$$

dies lässt sich dann auch wieder schreiben als

$$K(v) = \frac{2av}{v^2 + 2avt_S + 2al}$$

(da $a = v/t_B$)

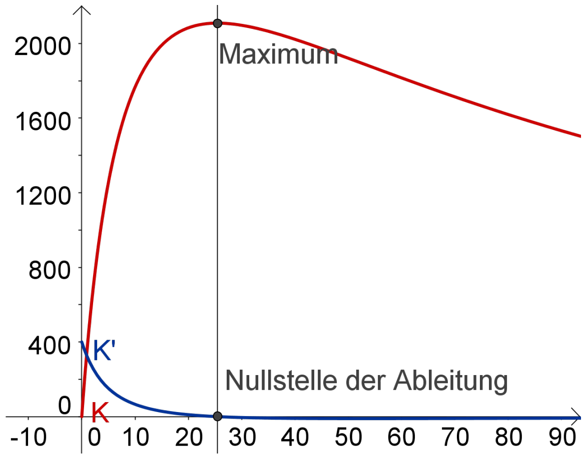
Veranschaulichung mit Geogebra

Da wir nun herausfinden wollten, für welche Geschwindigkeit sich die maximale Kapazität einer Straße ergibt, zeichneten wir uns die Funktion als Graphen. Dazu benutzten wir das Programm Geogebra. Danach bestimmten wir das Maximum dieser Funktion, mit Hilfe der Ableitung (blaue Funktion).

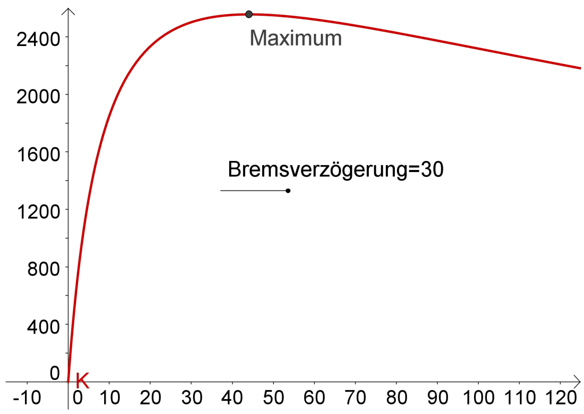
Man kann erkennen, dass die Nullstelle der Ableitung das Maximum der eigentlichen Funktion ist. Wir gingen davon aus, dass

- $a = 10\,\mathrm{m/s^2}$ (Bremsverzögerung)
- $l = 5\,\mathrm{m}$ (Fahrzeuglänge)
- $t_S = 1\,\mathrm{s}$ (Reaktionszeit)

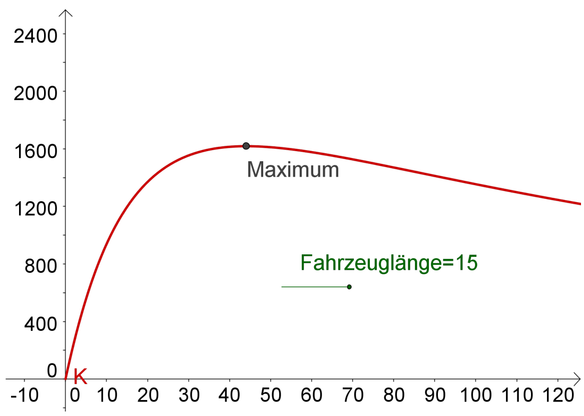
Mit diesen Werten erhielten wir ein Maximum von 2019 Fahrzeugen für eine Geschwindigkeit von $25,46\,\mathrm{km/h}$.



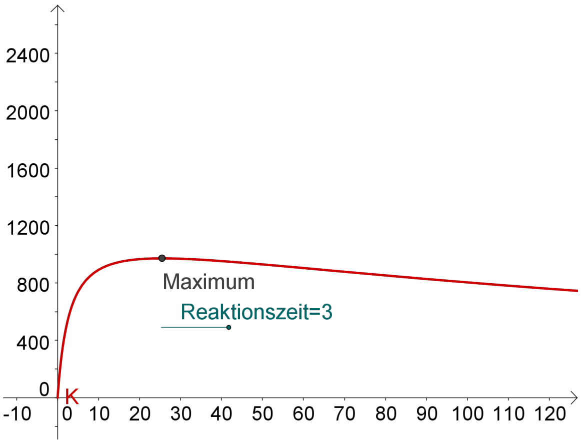
Uns interessierte nicht nur die maximale Kapazität einer Straße, sondern uns interessierte auch, was mit dem Maximum der Funktion passiert, wenn man die verschiedenen Konstanten (Bremsverzögerung a, Fahrzeuglänge l, Reaktionszeit t) verändert. Dabei fanden wir heraus, dass:



- bei erhöhter Bremsverzögerung das Maximum der Funktion erst bei einer höheren Geschwindigkeit erreicht wird und dass die maximale Kapazität der Straße größer ist.



- bei einer erhöhten Fahrzeuglänge das Maximum bei einer höheren Geschwindigkeit eintritt und dass die maximale Kapazität der Straße sinkt.
- bei einer erhöhten Reaktionszeit sich die maximale Kapazität einer Straße verringert, jedoch verändert sich nicht die Geschwindigkeit, für die die maximale Kapazität erreicht wird.



Wenn man die Funktion $K(v)$ nun nach den von uns hergeleiteten Gesetzen ableitet, kann man die oben beobachteten Zusammenhänge mathematisch erklären:

$$
\begin{aligned}
K'(v) &= \frac{(v^2 + 2avt_S + 2al)2a}{(v^2 + 2avt_S + 2al)^2} \\
&\quad - \frac{(2av(2v + 2at_S + 0)}{(v^2 + 2avt_S + 2al)^2} \\
&= \frac{2av^2 + 4a^2vt_S + 4a^2l - 4av^2 - 4a^2t_Sv}{(v^2 + 2avt_S + 2al)^2} \\
&= \frac{-2av^2 + 4a^2l}{(v^2 + 2avt_S + 2al)^2} \\
&= -2a\frac{v^2 - 2al}{(v^2 + 2avt_S + 2al)^2}
\end{aligned}
$$

Wenn man das Maximum bestimmen will, also $K'(v) = 0$ setzt, dann ist es hinreichend und notwendig, den Zähler auf 0 zu bringen (der Nenner ist immer positiv):

$$v^2 - 2al = 0 \Leftrightarrow v = \sqrt{2al}$$

Die Lage des Maximums hängt nur von a und l ab.

Falschannahmen

Das Modell zeigt, dass die maximale Kapazität einer Straße durch höhere Geschwindigkeiten nicht beliebig groß werden kann. Aber es überschätzt den Sicherheitsabstand, da das vordere Fahrzeug nie schlagartig auf 0 abbremst, sondern auch einen Bremsweg benötigt.

Man könnte nun vermuten: Da die maximale Kapazität einer Straße bei einer sehr geringen Geschwindigkeit erreicht wird, kommt man auch mit einer niedrigen Geschwindigkeit schnell an sein Ziel. Das stimmt aber nicht! Man kommt natürlich mit einer höheren Geschwindigkeit schneller an einen bestimmten Ort als mit einer niedrigen. Dieses Modell liefert keine Auskünfte über die Zeit, die man benötigt. Es gibt lediglich Auskunft über die maximale Kapazität einer Straße.

Makroskopische Größen

Christopher Biel, Dorothea Weinmann

Im vorigen Abschnitt betrachteten wir die Kapazität einer Straße in statischer Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. Nun beschäftigen wir uns mit der Änderung dieser und anderer Größen nach der Zeit und Strecke.

Kontinuitätsgleichung

Wir hatten einen Straßenabschnitt mit der Länge $x_2 - x_1$ und wollten die Veränderung der Anzahl der Autos n herausfinden. n ist wie

schon vorher hergeleitet wurde:

$$n = \rho s$$

Da die Strecke $s = x_2 - x_1$ beträgt, ist

$$n = \rho(x_2 - x_1)$$

Die Ableitung von n kann man nun mithilfe der Produktregel ausrechnen. Sie ist demnach:

$$n' = \frac{d\rho}{dt}(x_2 - x_1) + \frac{d(x_2 - x_1)}{dt}\rho$$

Dabei sind $\frac{d\rho}{dt}$ und $\frac{d(x_2-x_1)}{dt}$ keine Brüche, sondern eine Schreibweise für die Ableitung der Dichte ρ nach der Zeit t bzw. die Schreibweise für die Ableitung der Strecke $x_2 - x_1$ nach t. Außerdem ergibt der Teil nach dem „+" (also $\frac{d(x_2-x_1)}{dt}$) 0, da sich der Messbereich $x_2 - x_1$ nicht mit der Zeit verändert. Dieser Teil fällt deshalb weg.

Die Veränderung von n kann man auch einfach dadurch bestimmen, dass man in einer vorgegebenen Zeit die einfahrenden Autos an der Stelle x_1, ebenso wie die verlassenden Autos an der Stelle x_2 zählt. Als Formel sieht das folgendermaßen aus:

$$n' = \frac{dn}{dt} = K(x_1, t) - K(x_2, t)$$

Da beide Formeln die Veränderung von n sind, kann man sie folgendermaßen gleichsetzen:

$$n' = \frac{d\rho}{dt}(x_2 - x_1) = K(x_1, t) - K(x_2, t)$$

Jetzt teilen wir durch $(x_2 - x_1)$, damit $\frac{d\rho}{dt}$ alleine steht:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{K(x_1, t) - K(x_2, t)}{x_2 - x_1}$$

Um den Grenzwert bestimmen zu können, setzen wir ein „−" vor den Bruch und vertauschen im Zähler den Minuenden und Subtrahenden:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{K(x_2, t) - K(x_1, t)}{x_2 - x_1}$$

Nun kann man x_2 gegen x_1 laufen lassen:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{dK}{dx}$$

Dies ist die Kontinuitätsgleichung, mithilfe derer man makroskopische Größen vergleichen kann. Makroskopische Größen beinhalten im Gegensatz zu mikroskopischen Größen mehr als einen Wert. Die Kontinuitätsgleichung ist außerdem eine partielle Differentialgleichung, da unterschiedlich abgeleitet wird: ρ wird nach der Zeit abgeleitet und K nach der Strecke. Wenn die Verkehrsdichte ρ steigt, so sinkt die Kapazität K.

Fahrstreifenreduktion

Oft fällt auf, dass wenn z. B. auf einer Autobahn zwei Fahrstreifen zu einem zusammengeführt werden, der Verkehr (kurz) vor der Fahrstreifenreduktion langsamer fließt als danach. Dies kann man mit der Kontinuitätsgleichung beweisen: Hier ist

$$\rho = \rho_d I$$

und

$$K = K_d I$$

ρ_d und K_d sind die Verkehrsdichte, bzw. die Kapazität gemittelt auf einen Fahrstreifen. I ist die Anzahl der Fahrstreifen. Dies setzen wir jetzt in die Kontinuitätsgleichung ein:

$$\begin{aligned}
\frac{d\rho_d I}{dt} &= -\frac{dK_d I}{dx} \\
\frac{d\rho_d}{dt} I &= -\left(\frac{dK_d}{dx} I + \frac{dI}{dx} K_d\right) \\
&= -\frac{dK_d}{dx} I - \frac{dI}{dx} K_d \\
\frac{d\rho_d}{dt} I + \frac{dK_d}{dx} I &= -\frac{dI}{dx} K_d
\end{aligned}$$

Wir gehen davon aus, dass die Verkehrsdichte, also ρ, im Gleichgewicht ist. Deshalb gilt für ihre Ableitung $\frac{d\rho_d}{dt} I = 0$.

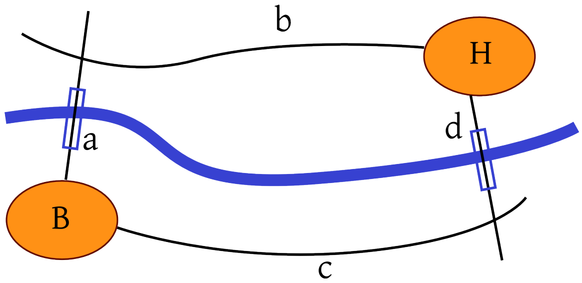
$$\frac{dK_d}{dx} I = -\frac{dI}{dx} K_d$$

Die Ableitung dI/dx ist negativ, weil die Anzahl der Fahrstreifen um 1 geringer wird. Deshalb ist die rechte Seite der Gleichung positiv, da K_d positiv ist (Autos bewegen sich vorwärts). Nun kann man durch I teilen. So sieht man, dass die Ableitung von K_d nach x positiv ist, also die Kapazität nach der Fahrstreifenreduktion größer ist.

Braess-Paradoxon

Carina Rupp

Schon am Eröffnungswochenende beschäftigten wir uns mit einer sehr interessanten Fragestellung. Bringen Entlastungsstrecken auch wirklich Entlastung? Während der Sommerakademie kamen wir dann noch einmal auf diese Frage zurück und versuchten an Hand eines Beispiels eine Antwort zu erhalten.



In unserem Beispiel ging es um zwei Städte, Bienenstadt (B) und Hummelsheim (H). Jeden Tag fahren 1000 Autofahrer von Bienenstadt nach Hummelsheim. Sie können zwischen zwei verschiedenen Routen wählen. Entweder sie fahren zuerst über die Brücke a und dann über die Schnellstraße b oder sie fahren zuerst über die Schnellstraße c und überqueren dann den Fluss über die Brücke d. Zur Vereinfachung nannten wir unsere a-b-Fahrer x und unsere c-d-Fahrer y. Nun können wir schon eine einfache Gleichung aufstellen:

$$x + y = 1000$$

An den Brücken kommt es immer wieder zu Stauungen, während auf den Schnellstraßen der Verkehr gut fließt. Aus Erfahrung weiß man, dass man für beide Schnellstraßen jeweils 15 Minuten braucht. Ein weiterer gegebener Erfahrungswert ist, dass man für die Brücken jeweils die Autofahrer, die pro Stunde die Brücke überqueren wollen, durch 100 teilen muss. Wenn also x Autofahrer die Brücke überqueren, dann in $\frac{x}{100}$ Minuten. Wenn man unter 100 Fahrer pro Stunde hat, dann beträgt die Fahrzeit stets eine Minute. Wir sind außerdem davon ausgegangen, dass sich die Fahrer auskennen und dass sie so schnell wie möglich ans Ziel kommen möchten. Das heißt, sobald sie sehen, dass die andere Route doch schneller ist, dann wechseln sie zu dieser.

Auf diese Weise bildet sich ein sogenanntes Nash-Gleichgewicht. Mit einem Nash-Gleichgewicht drückt man aus, dass kein einzelner der Beteiligten einen Anreiz hat, seine Strategie zu ändern, wenn die anderen bei ihrer Wahl bleiben. Aus diesem Grund kann man sagen, dass man hier, wie der Name schon sagt, ein stabiles Strategiengleichgewicht hat. Auch könnte man sagen, dass in einem Nash-Gleichgewicht alle Beteiligten sich perfekt auf die anderen

Beteiligten anpassen.

Dazu kann man noch eine zweite Gleichung aufstellen:

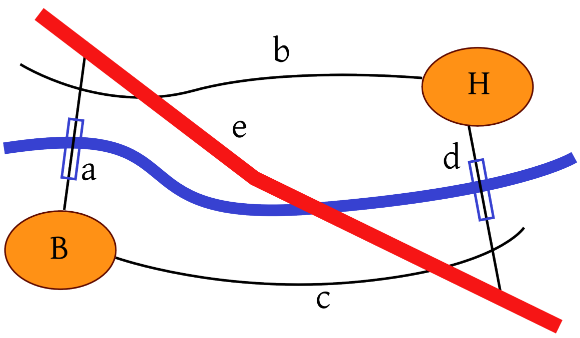
$$\frac{x}{100} + 15 = \frac{y}{100} + 15$$

Mit dieser Gleichung stellen wir dar, dass die Fahrtdauer über beide Strecken gleich ist. Jetzt haben wir ein sogenanntes lineares Gleichungssystem. Wenn wir dieses umformen, erfahren wir, dass über beide Strecken 500 Fahrer fahren, also genau die Hälfte. Jetzt können wir genau ausrechnen, wie lange man von Hummelsheim nach Bienenstadt braucht:

$$\frac{500}{100} + 15 = 20$$

Man braucht also 20 Minuten von Hummelsheim nach Bienenstadt.

Wir wissen jetzt, wie lange wir von H nach B brauchen, doch eigentlich wollten wir uns mit Entlastungstrecken beschäftigen. Jetzt haben wir in unserem Beispiel eine solche Entlastungstrecke gebaut. Die gebaute Autobahn geht quer durch das Tal und wird bei uns e genannt.



Wir haben immer noch unsere a-b-Fahrer und unsere c-d-Fahrer. Dazu kommen jetzt noch unsere Autobahnfahrer, die über a-e-d fahren müssen. Also erst über die Brücke a, dann über die Autobahn e und danach nochmal über die Brücke d. Diese Autobahnfahrer nennen wir z. Für die Autobahn wird ein Erfahrungswert von 7,5 Minuten angegeben. Da wir wieder mit 1000 Autofahrern rechnen, sieht unsere erste Gleichung schon etwas komplizierter aus:

$$x + y + z = 1000 \tag{1}$$

Jetzt brauchen wir, wie vorhin, noch eine zweite Gleichung, um die Fahrzeit zu berechnen. Dabei müssen wir bedenken, dass nun die Autobahnfahrer z über beide Brücken wollen. Außerdem soll die Fahrzeit ja für alle Fahrer gleich sein. Also:

$$\frac{x+z}{100} + 15 = \frac{y+z}{100} + 15 = \frac{x+z}{100} + \frac{y+z}{100} + 7,5$$

In dieser Gleichung haben wir jetzt 3 Unbekannte. Aus dieser großen Gleichung können wir auch einfachere Gleichungen machen.

$$\frac{x+z}{100} + 15 = \frac{y+z}{100} + 15 \tag{2}$$

und

$$\frac{x+z}{100} + 15 = \frac{x+z}{100} + \frac{y+z}{100} + 7,5 \tag{3}$$

Jetzt kann man diese drei Gleichungen so weit vereinfachen, sodass am Ende diese Gleichungen da stehen:

$$x + y + z = 1000 \tag{1'}$$
$$x = y \tag{2'}$$
$$y + z = 750 \tag{3'}$$

Da x und y identisch sind, kann man in (1') das x durch ein y ersetzen:

$$2y + z = 1000$$

Danach löst man einfach die beiden übrigen Gleichungen nach z auf und setzt sie danach gleich:

$$z = 1000 - 2y$$

$$z = 750 - y$$

$$\Rightarrow 1000 - 2y = 750 - y$$

Wenn man jetzt nach y umformt, erhält man:

$$y = 250$$

Da $y = 250$ ist, muss auch $x = 250$ gelten. Das heißt, dass $z = 500$. Über die neue Autobahn fahren jetzt 500 Fahrer und je 250 über die alten Fahrvarianten. Der Verkehr hat sich jetzt auf 3 verschiedene Routen aufgeteilt. Kann man in diesem Fall auch davon ausgehen, dass man nun schneller ans Ziel kommt? Wenn wir jetzt in unsere Gleichung (3) unsere Zahlen einsetzen, sieht das so aus:

$$\frac{750}{100} + 15 = \frac{750}{100} + 15 = \frac{750}{100} + \frac{750}{100} + 7,5$$

Wenn man diese Gleichung nun ausrechnet, erhält man für jede Strecke eine Fahrzeit von 22,5 Minuten! Das Verwunderliche bei diesem Beispiel ist, dass man durch die neu gebaute Autobahn die Fahrzeit um 2,5 Minuten erhöht. Das Problem dieser Entlastungsstrecke ist, dass die Autobahn nicht die Brücken, sondern die Schnellstraßen entlastet, die aber keine Entlastung benötigen. Dieses Anwendungsbeispiel ist sehr paradox, weshalb es auch, da sich der Verkehrsmathematiker Dietrich Braess damit beschäftigt hat, Braess-Paradoxon genannt wird.

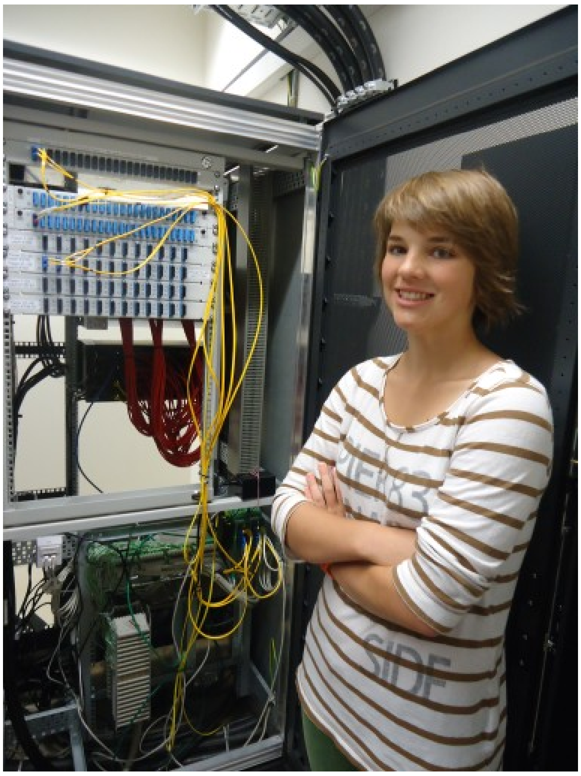
Dieses doch sehr theoretische Beispiel konnte man auch schon in größeren Städten beobachten. Zum Beispiel brachte in Stuttgart der Umbau der Straßen rund um den Schlossplatz nur noch mehr Stau. Ein weiteres Beispiel wäre auch New York. Dort wurde eine „Entlastungsstrecke“ wegen Umbauten vorübergehend gesperrt und auf einmal kam man schneller ans Ziel. Heute ist das Phänomen bekannt und wird auch immer bedacht.

Exkursion

Lucía Schmid, Melissa Wannenmacher

Jedes Jahr haben alle Kurse die Möglichkeit, eine Exkursion zu machen, die die Kursinhalte vertieft oder erweitert. Dabei können auch Einblicke in die praktische Anwendung des behandelten Stoffs gegeben werden. Den Mathematikkurs, der sich dieses Jahr mit Verkehrsmathematik beschäftigt hat, führte diese Exkursion nach Heidelberg zu Herrn Dr. Krüger, einem Verkehrsingenieur des Heidelberger Amts für Verkehrsmanagement. Die Exkursion hatte abgesehen vom interessanten Vortrag und dem Einblick in einen richtigen „Verkehrscomputer“ den Vorteil, dass sowohl Damián, unser Kursleiter, als auch Johanna, unsere Schülermentorin, in Heidelberg wohnen und sich hervorragend im Straßennetz der Stadt auskennen. Zumal diese nicht zögerten den schnellsten Weg zum Subway oder zur besten Eisdiele der Stadt einzuschlagen.

Aber nun der Reihe nach: Nach einer einstündigen Zugfahrt von Adelsheim, die ohne größere Strapazen verlief abgesehen von Flecken schmelzender Schokolade auf den T-Shirts mancher Personen, kamen wir gut gelaunt wegen des schönen Wetters und in Erwartung eines lehrreichen und lustigen Tages in Heidelberg an. Unser Ziel war das Amt für Verkehrsmanagement Heidelberg. Der Vortragsraum befand sich im fünften Stock. Und es lohnte sich, nicht nur wegen des erfrischenden Wassers, das wir bekamen, sondern viel mehr wegen des Vortrags, während welchem der Körper entspannen konnte. Von Grund auf wurde uns erklärt, was an einer Kreuzung so alles passiert und was zu beachten ist, wenn man Rot-, Rotgelb-, Gelb- oder Grünzeit bei den Ampeln einstellt. Auch wie die weißen Striche auf die Straße gezeichnet sind, ist genau durchdacht. Komplexer wurde es, als sich das Ganze ändern sollte, je nachdem ob nun eine oder zwei Kontaktschleifen zur Wahrnehmung der Autos auf einer zur Kreuzung führenden Straße hinzukommen.



Auch Fußgängerampeln sind zusätzlich ein Faktor, der in die Berechnungen mit einbezogen werden muss. Wir erfuhren zum Beispiel, dass nicht die Grünzeit einer Fußgängerampel der maximalen Zeit zum Überqueren der Straße gleichgesetzt werden muss, sondern die Zwischenzeit, das heißt die Zeit zwischen dem Farbwechsel der Fußgängerampel und dem der Autoampel. Auch erfuhren wir, dass ein neues Konzept in Planung ist, welches Bussen langes Warten an Ampeln ersparen soll. Über Funk soll der Bus signalisieren, dass er sich der Kreuzung nährt. So ist es möglich, dass die Ampel für den Bus zur richtigen Zeit grün ist, was zu einer Optimierung des Fahrplansystems führen soll. Der Vortrag hat uns sehr beeindruckt, bzw.: Er regte zum Träumen an: Was würde ich an der Stelle dieses Verkehrstechnikers machen . . . ? Dann bekamen wir unsere wohlverdiente Mittagspause, die wir zum Krafttanken nutzten. Auf der Wiese am Ufer des Neckars ruhten wir uns aus. Doch auch hier war Spannung geboten: Zwei Polizisten zogen ein schweres Tau an Land, jedoch hielten sie bald darauf inne (vielleicht aus Angst vor dem, was sich am Ende des Seils befinden mochte) und kontaktierten ihre Kollegen.

Zurück im Verkehrsamt erhielten wir Einblicke in die Computer, die Heidelberg ein sicheres Straßennetz errechnen. Wo wir vor lauter Kabeln den Computer nicht mehr sahen, half ein Vortrag das Durcheinander zu entwirren: Wie funktionieren die Berechnungen, was wird überhaupt berechnet und wie wird es umgesetzt und wer repariert es, wenn mal was ausfällt. An dieser Stelle sind wir bei einem Siemens-Mitarbeiter angelangt, der den Vortrag gehalten hat und der uns all diese Fragen auf verständliche Art und Weise näher brachte und dabei auch das visuelle Lernen nicht zu kurz kommen ließ: Überall durften wir reinschauen und natürlich Fragen stellen. In einem weiteren Vortrag konnten wir am Computer mehrere Ampeln des Stadtgebiets Heidelberg mit ihren verschiedenen Farbzeiten beobachten. Dieses System war jedoch so komplex aufgebaut, dass wir es gar nicht richtig erfassen konnten.

Schließlich gingen wir noch an eine große Kreuzung, um uns das Ganze in der Praxis anzuschauen: acht Ampeln, die so koordiniert werden müssen, dass sich niemand in die Quere kommt. Hinzu kommt dann noch, dass dieses gesamte System darauf reagieren muss, wenn ein Fußgänger auf den Ampelknopf drückt, wobei sich das gar nicht unbedingt immer auf den restlichen Straßenverkehr auswirken muss. Dies bot uns eine Erklärung dafür, dass die Wartezeit bei den uns bekannten Ampeln sich nicht immer verkürzt durch das Drücken. Nebenbei bemerkten wir, wie viel Strom an so einer Kreuzung verbraucht wird. 30 Lampen (vier Straßen mit je zwei Ampeln, die für die Fußgänger je zwei, für die Autofahrer je drei Lampen beinhalten), von denen immer sechzehn brennen, müssen schließlich mit Strom versorgt werden. Nach und nach wird zum Glück auf LED umgerüstet, um Energie zu sparen.

Extra für uns wurde auch der Sicherungskasten dieser Kreuzung aufgeschlossen und erklärt. Wir konnten sehen welche Ampel welche Farbe zeigte, ohne sie zu betrachten. Hier werden die Fehler gesucht, wenn mal etwas nicht so läuft, wie es sein sollte, was aber nur in sehr seltenen Ausnahmefällen passiert. Denn auch viel Wert wird auf die Wartung der Anlagen gelegt. Mit den Informationen, die nach den vielen Stunden Vortrag nun in unseren Köpfen rumschwirrten, durften wir noch einmal in kleineren Gruppen Heidelberg erkunden.

Man kann sehen, dass wir uns nicht vor Herausforderungen versteckt haben (auch nicht bei

der Rückfahrt).

Zurück auf dem Gelände der Akademie besuchten wir wieder unsere gewohnten KüA-Schienen, die uns neben den anspruchsvollen Kursstunden einen Ausgleich darboten.

Herzlichen Dank an die Akademie und Johanna, Jochen und Damián, sowie den Sponsoren, die uns diesen wunderbaren Ausflug ermöglicht haben.

Schlusswort

Julian Kubon, Alexander Rall

In den zwei Wochen der Sommerakademie haben wir in unserem Kurs viele unterschiedliche, einmalige Erfahrungen gesammelt, die uns das ganze Leben begleiten werden und die wir uns sicherlich auch noch in vielen Jahren gerne wieder ins Gedächtnis rufen werden. Neben den vielen sozialen Kontakten und zwischenmenschlichen Erfahrungen die wir im Verlauf der Akademie gesammelt haben, konnten wir unser mathematisches Verständnis in vielerlei Hinsicht erweitern. Die oft sehr komplexe Kursarbeit zwang uns Teilnehmer, den nötigen Durchhaltewillen zu erbringen und lehrte uns, selbst in sehr schwierigen Situationen einen kühlen Kopf zu bewahren.

Auch in unseren „Zweieinsiebtel-Teekannenpausen“ konnten wir uns gegenseitig austauschen, viel über die anderen erfahren und die sozialen Kontakte festigen.

Besonders bedanken möchten wir uns bei unseren Kursleitern Jochen und Damián, die immer mit viel Begeisterung und Freude unseren Kursalltag maßgeblich geprägt haben.

Auch unserer Schülermentorin Johanna gilt besonderer Dank, sie sorgte mit ihrer herzlichen und stets ausgeglichenen Art dafür, dass wir stets ein gutes Kursklima hatten und trotz aller Anstrengungen der Spaß nicht zu kurz kam.

Abschließend möchten wir uns noch bei Herrn Dr. Jürgen Krüger bedanken, der für eine gelungene Exkursion zum Amt für Verkehrsmanagement in Heidelberg sorgte.